

UNIVERSITÉ CHEIKH ANTA DIOP DE DAKAR

ECOLE DOCTORALE: DE mathématiques et informatique.

FACULTE des sciences et techniques

THESE DE DOCTORAT

Spécialité : Analyse, statistiques et applications.

Résumé

Nom et prénoms du Candidat : ABDOUL KARIM Mohamed Taki

Titre de la thèse: Une caractérisation des bifurcations de hopf dans le cadre des systèmes différentiels multi-retards

Date et lieu de soutenance : 26 mars 2016.

Jury : Président : *Hamidou Dathe, Professeur, UCAD, Sénégal*

Membres : -Roger FAYE, Professeur , UCAD, Sénégal

-Ibrahima Mbaye, Maître de conférences, U. de Thiès, Sénégal

-Salam Sawadogo, Professeur, U. de Thiès, Sénégal

-Ousséini SO, Maître de conférences, U. de Ouagadougou, Burkina Faso

-Gabriel Bissanga, Professeur, U. Marien Ngouabi, Congo

-Gabriel B Ndiaye, Maître de conférences, UCAD, Sénégal

-Benjamin Mampassi, Professeur UCAD, Sénégal

Résumé

De nombreux systèmes dans la nature présentent des phénomènes de retards. Leur évolution temporelle n'est pas seulement définie à partir d'un simple vecteur d'état exprimé au présent mais dépend aussi du passé. De tels systèmes sont dits héréditaires. Ces phénomènes sont modélisés mathématiquement par des équations différentielles fonctionnelles à retards (EDFR).

L'étude sur les états asymptotiques de ces systèmes (stabilité, bifurcation et instabilité) a suscité un très grand intérêt ces dernières décennies. Parmi les problèmes rencontrés, celui de la caractérisation des points de bifurcation de Hopf s'est révélée particulièrement important puisqu'il permet de connaître les états transitoires de stabilité vers l'instabilité.

La théorie des bifurcations de Hopf est largement développée dans la littérature. Dans beaucoup de situations, l'ensemble des points de bifurcation de Hopf est complètement caractérisé. Cependant, lorsque les paramètres considérés sont des retards, les points de bifurcation de Hopf ainsi que leurs directions de bifurcation sont difficiles à déterminer. Bien qu'il existe quelques résultats satisfaisants pour des systèmes différentiels à un ou à deux retards scalaires, le problème de la caractérisation des points de bifurcation de Hopf dans le cas de plusieurs retards variables restent encore un sujet ouvert.

Au vu de ces difficultés, nous développons donc dans cette thèse une approche basée sur la théorie des courbes denses. Précisément, l'idée fondamentale est de construire une courbe remplissant, au sens de la densité, l'espace des paramètres retards et ainsi de pouvoir se ramener à un problème à un seul paramètre. Grâce à ce procédé nous formulons un schéma algorithmique permettant de générer des points de bifurcation de Hopf. Nous avons aussi montré que l'on pouvait, sous certaines conditions, se contenter de chercher les racines se trouvant dans les courbes denses à causes de la densité des ces dernières dans l'ensemble des racines.

Mots clés : Equation différentielle fonctionnelle à retard, bifurcation de Hopf, stabilité, transformation réductrices, Courbes α –denses.